ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ /8-րդ դասարան - Առաջադրանք 3/

(Լուծումներ)

1. Գտե՛ք *86* տեսքի բոլոր քառանիշ թվերի քանակը, որոնք բաժանվում են 12-ի:

__Լուծում:__ Որպեսզի թիվը բաժանվի 12-ի՝ այն պետք է բաժանվի և՛ 4-ի և՛ 3-ի: 4-ի բաժանվելու համար նշված տեսքի թվի վերջում գտնվող աստղանիշը պետք է փոխարինել 0-ով, 4-ով կամ 8-ով (4-ի բաժանվում են այն և միայն այն թվերը, որոնց վերջին երկու թվանշանով նույն հաջորդականությամբ կազմված թիվը բաժանվում է 4-ի՝ 60-ը, 64-ը և 68-ը բաժանվում են 4-ի):

Ստացված *860, *864 և *868 *տեսքի թվերից յուրաքանչյուրում պետք է աստղանիշը փոխարինել այնպիսի թվանշաններով, որ ստացված թվի թվանշանների գումարը բաժանվի 3-ի* (3-ի բաժանվում են այն և միայն այն թվերը, որոնց թվանշանների գումարը բաժանվում է 3-ի): *Հեշտ է նկատել, որ առաջին թվի դեպքում այդ թվանշաններն են՝ **1, 4, 7,** երկրորդ դեպքում՝ **3, 6, 9,** իսկ երրորդ դեպքում՝ **2, 5, 8**: Հետևաբար կստանանք նշված տեսքի 9 թիվ՝ **1860, 4860, 7860, 3864, 6864, 9864, 2868, 5868, 8868**:*

__Պատասխան.__ 9 թիվ

2. Գտե՛ք $x^2 + y^2 + 25 = 10y$ հավասարմանը բավարարող բոլոր (x, y) թվազույգերը:

__Լուծում:__ Ձևափոխենք տրված հավասարումը՝ այն ներկայացնենք

$x^2 + (y-5)^2 = 0$ *տեսքով:*

Քանի, որ թվի քառակուսին ո՛չ բացասական է, հետևաբար հավասարությունը տեղի կունենա միայն հետևյալ դեպքում.

$\begin{cases} x^2 = 0 \\ (y-5)^2 = 0 \end{cases}$, *որտեղից* $x = 0$, $y = 5$:

__Պատասխան.__ $(0; 5)$

3. Երկու քառանիշ թվերի գումարը 7589 է: Եթե առաջին թվի ձախից կցագրեն 3, իսկ երկրորդ թվի աջից կցագրեն 2, ապա կստացվեն երկու հավասար թվեր: Գտե՛ք սկզբնական թվերը:

<u>Լուծում :</u> *Նկատենք, որ ստացված հավասար թվերը հնգանիշ են, և ունեն հետևյալ տեսքը՝* $\overline{\mathbf{3x2}}$, *որտեղ* $\boldsymbol{x}$*-ը եռանիշ թիվ է:*

Հետևաբար առաջին քառանիշ թիվը ունի տեսքը՝ $\overline{\mathbf{x2}}$, *իսկ երկրորդը՝* $\overline{\mathbf{3x}}$ *տեսքը: Նկատենք, որ* $\boldsymbol{x}$*-ը՝ առաջին թվի առաջին երեք թվանշաններով կազմված եռանիշ թիվն է, որը համընկնում է երկրորդ թվի վերջին երեք թվանշաններով կազմված եռանիշ թվի հետ:*

Ըստ խնդրի պայմանի՝ կունենանք հավասարությունը.

$$\overline{\mathbf{x2}} + \overline{\mathbf{3x}} = \mathbf{7589}:$$

Այն ներկայացնենք հավասարումով՝ $\mathbf{10x + 2 + 3000 + x = 7589}$*:*

Լուծելով այն, կստանանք՝ $\boldsymbol{x} = \mathbf{417}$*:*

Հետևաբար որոնելի թվերն են՝ ***4172 և 3417:***

Կարելի է ներկայացնել խնդրի լուծման ռեբուսային եղանակներ:

Օրինակ, եթե $\overleftarrow{abc2} + \overleftarrow{3abc} = 7589$ *հավասարություն ներկայացնենք գումարման հաշվեկանոնի տեսքով, կամ* $7589 - \overleftarrow{abc2} = \overleftarrow{3abc}$ *հավասարություն ներկայացնենք հանման հաշվեկանոնի տեսքով (* ***կատարե՛ք ինքնուրույն*** *):*

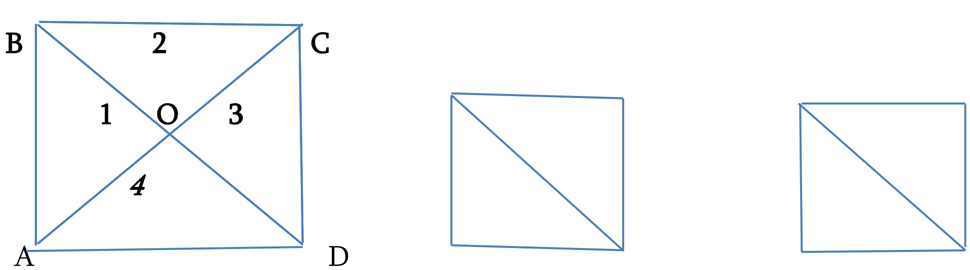
<u>Պատասխան.</u> 4172 և 3417

4. Քառակուսին տրոհել չորս մասի այնպես, որ ստացված մասերը վերադասավորելով հնարավոր լինի կազմել երկու հավասար քառակուսի:

Լուծում: *Նկատենք, որ քառակուսու անկյունագծերը քառակուսին տրոհում են չորս հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյունների, որոնք հավասար են՝*

$$\Delta ABO = \Delta BOC = \Delta COD = \Delta AOD:$$

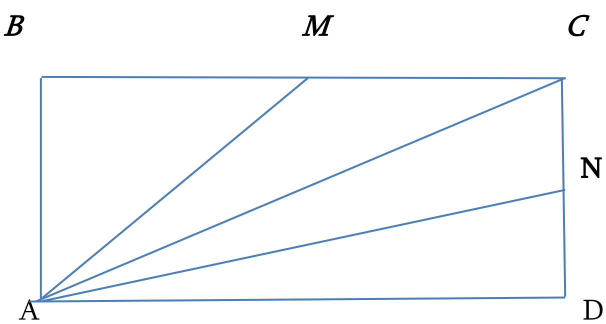
Այդ եռանկյունները զույգ առ զույգ վերադասավորենք այնպես, նրանց ներքնաձգերը համընկնեն և որ այլ ընդհանուր մասեր չունենան՝ ինչպես ցույց է տրված նկարում: Արդյունքում կստանանք երկու հավասար քառակուսիներ:



5. ABCD ուղղանկյան A գագաթով ինչպե՞ս տանել երեք ուղիղ, որ ուղղանկյունը բաժանվի չորս հավասար մակերես ունեցող պատկերների:

Լուծում: *Ինչպես գիտեք ուղղանկյան անկյունագիծը ուղղանկյանը տրոհում է երկու հավասար եռանկյունների՝ $\Delta ABC = \Delta ADC$ ։ Հայտնի է նաև, որ եռանկյան միջնագիծը եռանկյունը տրոհում է երկու հավասար մակերեսներ ունեցող (հավասարամեծ) եռանկյունների: Հետևաբար, եթե տանենք ուղղանկյան AC անկյունագիծը, այնուհետև A գագաթը միացնենք BC և CD կողմերի M և N միջնակետերին ապա ստացված չորս եռանկյունների մակերեսները կլինեն հավասար.*

$S_{ABM} = S_{AMC} = S_{ACN} = S_{AND}$



6. 80 մետաղադրամից մեկը կեղծ է՝ թեթև է իսկականից: Չորս կշռումով գտե՛ք կեղծ մետաղադրամը:

Լուծում: *80 մետաղադրամները բաժանենք երեք խմբի՝ երկու խմբում 27-ական, երրորդում՝ 26 մետաղադրամ:*

Առաջին կշռումով կշեռքի յուրաքանչյուր նժարին դնենք առաջին և երկրորդ խմբերի՝ 27 – ական մետաղադրամները: Եթե կշեռքը հավասարակշռված է, ապա կեղծն երրորդ խմբի 26 մետաղադրամից մեկն է (կեղծ մետաղադրամը չի մասնակցել առաջին կշռմանը): Իսկ եթե կշեռքը հավասարակշռված չէ, ապա կեղծ մետաղադրամը կլինի առաջին կշռման թեթև նժարի վրա: Երկու դեպքում էլ մենք գտնում ենք 27 կամ 26 մետաղադրամների մի խումբ, որում գտնվում է կեղծ մետաղադրամը: Մետաղադրամների այդ խումբը նույնպես տրոհենք երեք խմբի՝ յուրաքանչյուր խմբում 9-ական մետաղադրամ (եթե խմբում 26 մետաղադրամ է, ապա մյուս խմբից մեկ մետաղադրամ կավելացնենք):

Երկրորդ կշռումով կշեռքի յուրաքանչյուր նժարին դնենք վերջին տրոհման որևէ երկու խմբի 9 –ական մետաղադրամները: Եթե կշեռքը հավասարակշռված է, ապա կեղծն երրորդ խմբի 9 մետաղադրամներից մեկն է (կեղծ մետաղադրամը չի մասնակցել նաև երկրորդ կշռ-մանը): Իսկ եթե կշեռքը հավասարակշռված չէ, ապա կեղծ մետաղադրամը կլինի երկրորդ կշռման թեթև նժարի վրա: Երկու դեպքում էլ մենք գտնում ենք 9 մետաղադրամների մի *խումբ, որում գտնվում է կեղծ մետաղադրամը: Մետաղադրամների այդ խումբը նույնպես բաժանենք երեք խմբի՝ յուրաքանչյուր խմբում 3-ական մետաղադրամ:*

Երրորդ կշռումով կշեռքի յուրաքանչյուր նժարին դնենք վերջին տրոհման որևէ երկու խմբի 3 –ական մետաղադրամները: Եթե կշեռքը հավասարակշռված է, ապա կեղծն երրորդ խմբի 3 մետաղադրամներից մեկն է (կեղծ մետաղադրամը չի մասնակցել նաև երրորդ կշռմանը): Իսկ եթե կշեռքը հավասարակշռված չէ, ապա կեղծ մետաղադրամը կլինի երրորդ կշռման թեթև նժարի վրա: Երկու դեպքում էլ մենք գտնում ենք 3 մետաղադրամների մի խումբ, որում գտնվում է կեղծ մետաղադրամը:

Չորրորդ կշռումով, եթե նժարների վրա դնենք այդ եռյակից մեկական մետաղադրամ, ապա կգտնենք կեղծ մետաղադրամը:

Նկատենք, որ խնդրի լուծման ընթացքում կասկածվող մետաղադրամների քանակը յուրաքանչյուր կշռումից հետո պակասում է 3 անգամ: *Սկզբում կեղծ մետաղադրամը կարող էր լինել 80 մետաղադրամներից որևէ մեկը, իսկ մեկ կշռումից հետո՝ 27 մետաղադրամներից որևէ մեկը, երկրորդ կշռումից հետո՝ 9 մետաղադրամներից որևէ մեկը, երրորդ կշռումից հետո՝ 3 մետաղադրամներից որևէ մեկը:*

7. Արմենը, Դավիթը, Միքայելը և Նարեկը հաճախում են տարբեր մարզական խմբակներ՝ բասկետբոլ, թենիս, ֆուտբոլ և վոլեյբոլ: Վոլեյբոլիստն Արմենի և Միքայելի հետ սովորում է նույն դասարանում: Արմենը և Դավիթը մարզումների են գնում միասին՝ ոտքով, իսկ թենիսիստը՝ ավտոբուսով: Ֆուտբոլիստը ծանոթ չէ ո՛չ բասկետբոլիստին և ո՛չ էլ՝ վոլեյբոլիստին: Տղաներից ո՞վ ո՛ր խմբում է պարապում:

<u>Լուծում:</u> *Կազմենք անունների և մարզական խմբակների համապատասխան աղյուսակ, որի տողերը վերաբերում են մարզիկներին, սյուները՝ խմբակներին (տողերի քանակը հավասար է մարզիկների թվին, իսկ սյուներինը՝ մարզական խմբակների):*

Եթե որևէ մարզիկ տվյալ խմբակի անդամ չէ, ապա համապատասխան վանդակում դրվում է < — > նշան, հակառակ դեպքում՝ < + > նշան: Պարզ է, որ այս խնդրում ճիշտ պայմանների դեպքում յուրաքանչյուր տողում և յուրաքանչյուր սյունակում պետք է լինի միայն մեկ < + > նշան:

Խնդիրը նորից կարդալով՝ լրացնենք աղյուսակը:

<Վոլեյբոլիստն Արմենի և Միքայելի հետ նույն դասարանում է սովորում> պայմանից հետևում է, որ Արմենը և Միքայելը վոլեյբոլիստ չեն՝ աղյուսակի համապատասխան վանդակներում դնենք < — > նշաններ: <Արմենը և Դավիթը մարզումների են գնում ոտքով, իսկ թենիսիստը՝ ավտոբուսով> պայմանից էլ հետևում է, որ Արմենը և Դավիթը թենիսիստ չեն: Աղյուսակում դնենք ևս երկու <— > նշան: <Ֆուտբոլիստը ծանոթ չէ ո՛չ բասկետբոլիստին և ո՛չ էլ՝ վոլեյբոլիստին> պայմանից հետևում է, որ Արմենը և Միքայելը ֆուտբոլիստներ չեն (վոլեյբոլիստի հետ նույն դասարանում են սովորում), դնենք ևս երկու < — > նշան (տե՛ս աղյուսակ 1-ը):

	Բասկետբոլ	Թենիս	Ֆուտբոլ	Վոլեյբոլ
Արմեն		—	—	—
Միքայել			—	—
Դավիթ		—		
Նարեկ				

Աղյուսակ 1

Առաջին տողում մի վանդակ է մնում, այնտեղ դնենք < + > նշանը, իսկ այդ սյան մնացած վանդակներում՝ < — > նշան (տե՛ս աղյուսակ 2-ը):

	Բասկետբոլ	Թենիս	Ֆուտբոլ	Վոլեյբոլ
Արմեն	+	—	—	—
Միքայել	—		—	—
Դավիթ	—	—		
Նարեկ	—			

Աղյուսակ 2

Երկրորդ տողում մի վանդակ է ազատ, դնենք < + > նշան:

Ֆուտբոլիստը ծանոթ չէ բասկետբոլիստին, հետևաբար՝ Դավիթը ֆուտբոլիստ չէ, քանի որ բասկետբոլիստ Արմենի հետ է գնում մարզումների: Հետևաբար՝ Դավիթը վոլեյբոլիստ է, իսկ Նարեկին մնում է միայն ֆուտբոլը (տե՛ս աղյուսակ 3-ը):

	Բասկետբոլ	Թենիս	Ֆուտբոլ	Վոլեյբոլ
Արմեն	+	—	—	—
Միքայել	—	+	—	—
Դավիթ	—	—	—	+
Նարեկ	—	—	+	—

Աղյուսակ 3

Պատասխան. Արմենը՝ բասկետբոլ, Միքայելը՝ թենիս, Դավիթը՝ վոլեյբոլ, Նարեկը՝ ֆուտբոլ:

8. **Գերազանցիկ ուսանողի կրթաթոշակը 100%-ով է բարձր սովորական ուսանողի կրթաթոշակից, իսկ հարվածայինինը՝ 50%-ով: Քանի՞ տոկոսով է հարվածային ուսանողի կրթաթոշակը գերազանցիկինից քիչ:**

<u>Լուծում:</u> *Դիցուք սովորական ուսանողի կրթաթոշակը 5000 դրամ է:*

Այդ դեպքում գերազանցիկ ուսանողի կրթաթոշակը կլինի ՝ $5000\cdot(1+\frac{100}{100})=10000$ *դրամ ,իսկ հարվածային ուսանողի կրթաթոշակը կլինի* ՝ $5000\cdot(1+\frac{50}{100})=7500$ *դրամ:*

Այժմ գտնենք, թե գերազանցիկ ուսանողի կրթաթոշակը քանի՞ տոկոսով է պետք փոքրացնել, որպեսզի ստացվի հարվածային ուսանողի կրթաթոշակը. $10000\cdot(1-\frac{p}{100})=7500$ *:*

Որտեղից կստանանք ՝ $p=50\%$ *:*

<u>Պատասխան:</u> 50%

9. Աշակերտը 3 օրում կարդաց գիրքը: Առաջին օրը կարդաց 0,2 մասը և 16 էջ, երկրորդ օրը՝ մնացածի 0,3 մասը և 20 էջ, երրորդ օրը՝ մնացածի 0,75 մասը և վերջին 30 էջը: Քանի՞ էջ ունի գիրքը:

Լուծում: *Խնդիրը դասվում է վերջից լուծվող խնդիրների շարքին:*

Քանի որ, երրորդ օրը գրքի մնացած էջերի 0,75 մասը կարդալուց հետո մնացել էր 30 էջ, հետևաբար այդ 30 էջը երրորդ օրվա կարդացածի $1-0{,}75=0{,}25$ *մասն է: Ուստի երրորդ օրը կարդացել է* $30:0{,}25=120$ *էջ:*

Նկատենք, որ երկրորդ օրը գրքի մնացած էջերի 0,3 մասը կարդալուց հետո մնացել է $20+120=140$ *էջ, հետևաբար այդ 140 էջը առաջին օրվա կարդացածից հետո գրքի մնացած էջերի* $1-0{,}3=0{,}7$ *մասն է: Ուստի առաջին օրից հետո մնացել էր գրքի* $140:0{,}7=200$ *էջ :*

Առաջին օրը գրքի 0,2 մասը կարդալուց հետո մնացել էր $16+200=216$ *էջ, հետևաբար այդ 216 էջը գրքի* $1-0{,}2=0{,}8$ *մասն է: Ուստի գիրքը ունի* $216:0{,}8=270$ *էջ:*

<u>Պատասխան: 270 էջ</u>

10. Ուղղանկյուն եռանկյան մի էջը 12 սմ է, իսկ ներքնաձիգին տարած միջնագիծը՝ 10 սմ: Գտե՛ք եռանկյան ներքնաձիգին տարած բարձրությունը:

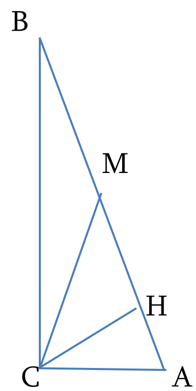
<u>Լուծում:</u> *Դիցուք ABC ուղղանկյուն եռանկյունում* ՝ *AC=12 սմ, CM= 10 սմ: Ինչպես գիտենք ուղղանկյուն եռանկյան ներքնաձիգին տարած միջնագիծը հավասար է ներքնաձիգի կեսին:*

Հետևաբար ՝ $AB=2\cdot CM=20$ *սմ:* ΔABC *-ից , ըստ Պյութագորասի թեորեմի* ՝

$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{400-144}=\sqrt{256}=16$ *սմ:*

Հաշվենք եռանկյան մակերեսը՝ $S = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96$ *սմ²:*

Մյուս կողմից՝ $S = \frac{AB \cdot CH}{2}$, *հետևաբար՝* $\frac{20 \cdot CH}{2} = 96$, *որտեղից էլ կստանանք՝* $CH = 9{,}6$ *սմ:*



***<u>Պատասխան.</u>* 9,6 սմ:**