Առաջադրանք 2 (Լուծումներ)

1. Եթե քառանիշ թվին ձախից կցագրեն 5, իսկ աջից՝ 2 , ապա կստանան սկզբնականից 99 անգամ մեծ թիվ: Գտե՛ք այդ քառանիշ թիվը:

<u>Լուծում :</u> *Եթե քառանիշ թիվը նշանակենք x –ով, ապա կունենանք հավասարությունը.*

$$\tilde{x} \cdot 99 = \overline{5x2} :$$

Այն ներկայացնենք հավասարումով՝ $99x = 500002 + 10x$*:*

Լուծելով այն, կստանանք՝ $x = 5618$*:*

Կարելի է ներկայացնել խնդրի լուծման տարբեր ռեբուսային եղանակներ: Խնդիրը կարելի է լուծել, եթե $\overline{abcd} \cdot 99 = \overline{5abcd2}$ *հավասարություն ներկայացնենք բազմապատկման հաշվեկանոնի տեսքով: Լուծման մեկ այլ եղանակի դեպքում , պետք է* $\overline{abcd00} - \overline{abcd} = \overline{5abcd2}$ *հավասարություն ներկայացնենք հանման հաշվեկանոնի տեսքով* ***(կատարե՛ք ինքնուրույն):***

<u>Պատասխան.</u> ***5618***

2. 67891253 թվից ջնջե՛ք հնարավորինս քիչ թվանշաններ այնպես, որ ստացված թիվը բաժանվի 36-ի:

<u>Լուծում:</u> *Որպեսզի թիվը բաժանվի 36-ի՝ այն պետք է բաժանվի 4-ի և 9-ի: 4-ի բաժանվելու համար պետք է 53-ը ջնջել* **(4-ի բաժանվում են այն և միայն այն թվերը, որոնց վերջին երկու թվանշանով նույն հաջորդականությամբ կազմված թիվը (այդ թիվը կարող է լինել 00 կամ 0-ով սկսվող այլ թիվ) բաժանվում է 4-ի):**
Սակայն ստացված 678912 թվի թվանշանների գումարը հավասար է 33-ի, հետևաբար այն չի բաժանվի 9-ի **(9-ի բաժանվում են այն և միայն այն թվերը, որոնց թվանշանների գումարը բաժանվում է 9-ի):** *Մնում է ստացված թվից ջնջել ևս մեկ թվանշան այնպես, որ նրա թվանշանների գումարը բաժանվի 9-ի: Դա 6-ն է: Հետևաբար կստանանք 78912 թիվը:*

<u>Պատասխան</u>. ***78912***

3. 55 մետաղադրամից մեկը կեղծ է: Երկու կշռումով պարզե՛ք՝ կեղծ մետաղադրամը ծա՞նր է, թե՞ թեթև՝ իսկականից:

Լուծում: *Առաջին կշռումով կշեռքի յուրաքանչյուր նժարին դնենք 20 –ական մետա-դաղրամ: (Նշենք, որ խնդիրը կարելի լուծել, եթե առաջին կշռումով կշեռքի նժարներին դնենք 14-ից մինչև 27 –ական մետաղադրամ):*

Քննարկենք հնարավոր դեպքերը:

<u>Առաջին դեպք:</u> Եթե կշեռքը հավասարակշռված է, ապա կեղծն առաջին կշռմանը չմասնակցած 15 մետաղադրամներից մեկն է: Երկրորդ կշռումով, այդ 15 մետաղադրամները դնենք կշեռքի աջ նժարի վրա, իսկ ձախ նժարին թողնենք այնտեղ եղած 20 իսկական մետա-դաղրամներից 15-ը: Իմանալով, որ կեղծ մետաղադրամը աջ նժարի վրա է, երկրորդ կշռում կպարզենք այն ծա՞նր է, թե թեթև՞ իսկականից:

<u>Երկրորդ դեպք:</u> Եթե կշեռքը հավասարակշռված չէ, ապա կեղծն առաջին կշռմանը մասնակցած մետաղադրամներից մեկն է: Երկրորդ կշռումով, թեթև նժարի 20 մետաղադրամներից 10-ը դնենք կշեռքի աջ նժարի վրա, իսկ մյուս 10-ը՝ ձախ նժարին: Եթե կշեռքը հավասարակշռված է, ապա կեղծն առաջին կշռման ծանր նժարի մետաղադրամներից մեկն է, և հետևաբար այն ծանր է իսկականից: Իսկ, եթե կշեռքը հավասարակշռված չէ, ապա կեղծն առաջին կշռման թեթև նժարի մետաղադրամներից մեկն է, և հետևաբար այն թեթև է իսկականից:

4. Ճշտախոսների և ստախոսների քաղաքների բնակիչները հաճախ իրար հյուր են գնում: Ի՞նչ հարցով կարող է այդ քաղաքներից մեկում հայտնված ճամփորդն այդ քաղաքների առաջին իսկ հանդիպած բնակչից պարզել, թե ո՞ր քաղաքում է գտնվում՝ ճշտախոսների՞, թե՞ ստախոսների:

Լուծում: *Նկատենք, որ պետք է քաղաքի վերաբերյալ ձևակերպել մի այնպիսի հարց, որին ճշտախոսը և ստախոսը տալիս են նույն պատասխանը: Այդպիսի հարցի օրինակ է. « Դու այս քաղաքում ես ապրո՞ւմ »:*

5. Գտե՛ք $x^2 + 6x - 24 = y^2$ հավասարման բնական լուծումները:

Լուծում: *Ձևափոխենք տրված հավասարումը.* $(x+3)^2 - y^2 = 33$:

Այն ներկայացնենք $(x+3-y)(x+3+y) = 3 \cdot 11 = 1 \cdot 33$ *տեսքով:*

Քանի, որ x և y թվերը բնական են , ապա $(x+3+y)$*-ը նույնպես կլինի բնական և* $x+3-y < x+3+y$ *:*

Հետևաբար հնարավոր են հետևյալ տարբերակները.

ա) $\begin{cases} x+3-y=3 \\ x+3+y=11 \end{cases}$, *որտեղից* $x = 4,\ \ y = 4$

բ) $\begin{cases} x+3-y=1 \\ x+3+y=33 \end{cases}$, *որտեղից* $x = 14,\ \ y = 16$

Պատասխան: (4; 4), (14; 16)

6. Գրիչը մատիտից 25%-ով թանկ է, իսկ տետրից՝ 20%-ով էժան: Քանի՞ տոկոսով է մատիտը տետրից էժան:

Լուծում: *Դիցուք մատիտի գինը 80 դրամ է: Այդ դեպքում գրիչի գինը կլինի՝* $80 \cdot (1 + \frac{25}{100}) = 100$ *դրամ: Մյուս կողմից, եթե տետրի x գինը 20%-ով էժանացնեն, ապա կստանանք գրիչի գինը՝* $x \cdot (1 - \frac{20}{100}) = 100$ *դրամ: Հետևաբար տետրի գինը* $x = 100 : \frac{4}{5} = 125$ *դրամ է: Այժմ գտնենք, թե տետրի գինը քանի տոկոսով է պետք փոքրացնել, որպեսզի ստացվի մատիտի գինը.* $125 \cdot (1 - \frac{p}{100}) = 80$ *:*

Որտեղից կստանանք՝ $p = 36\%$ *:*

Պատասխան: 36%

7. **Երեք ամաներ լցված են ջրով: Երբ առաջին ամանի ջրի 40% լցրին երկրորդի մեջ, այնուհետև երկրորդում ստացված ջրի 25% երրորդի մեջ, և վերջապես, երրորդում ստացված ջրի 30% առաջին ամանի մեջ, ապա առաջին ամանում եղավ 27 լ ջուր, երկրորդում՝ 24 լ, երրորդում 28 լ: Սկզբում քանի՞ լիտր ջուր կար յուրաքանչյուր ամանում:**

Լուծում: *Խնդիրը դասվում է վերջից լուծվող խնդիրների շարքին:*

Քանի որ, վերջին՝ երրորդ քայլում՝ երրորդում եղած ջրի 30%-*ը լցրել են առաջին ամանի մեջ, հետևաբար երրորդում մնացել է նրանում եղածի ջրի* $100-30=70$ *տոկոսը: Ուստի երրորդում այդ քայլից առաջ եղել է՝* $\frac{28\cdot 100}{70}=40$ *լ ջուր, որից* $40-28=12$ *լ լցրել են առաջին ամանի մեջ: Հետևաբար առաջին ամանում այդ քայլից առաջ եղել է՝* $27-12=15$ *լ ջուր (տե՛ս աղյուսակի երրորդ տողը):*

Երկրորդ քայլում՝ երկրորդում եղած ջրի 25%-ը լցրել են երրորդ ամանի մեջ, հետևաբար երկրորդում մնացել է նրանում եղած ջրի $100-25=75$ *տոկոսը: Ուստի երկրորդում եղել է՝* $\frac{24\cdot 100}{75}=32$ *լ ջուր, որից* $32-24=8$ *լ լցրել են երրորդ ամանի մեջ: Հետևաբար երրորդ ամանում եղել է՝* $40-8=32$ *լ ջուր (տե՛ս աղյուսակի չորրորդ տողը):*

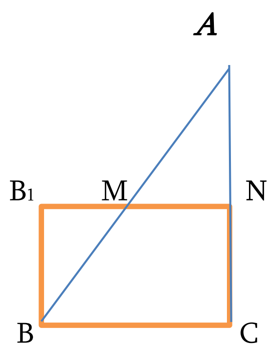
Եվ վեջապես առաջին քայլում՝ առաջին ամանի եղած ջրի 40%-ը լցրել են երկրորդ ամանի մեջ, հետևաբար առաջին ամանում մնացել է եղածի $100-40=60$ *տոկոսը: Ուստի առաջին ամանում եղել է՝* $\frac{15\cdot 100}{60}=25$ *լ ջուր, որից* $25-15=10$ *լ լցրել են երկրորդ ամանի մեջ: Հետևաբար երկրորդ ամանում եղել է՝* $32-10=22$ *լ ջուր (տե՛ս աղյուսակի վերջին տողը):*

	I աման	II աման	III աման
III քայլից հետո (վերջում)	27	24	28
II քայլից հետո	15	24	40
I քայլից հետո	15	32	32
Սկզբում	25	22	32

Պատասխան: *Առաջինում՝ 25 լ, երկրորդում՝ 22 լ, երրորդում՝ 32 լ:*

8. **Ուղղանկյուն եռանկյունը տրոհել երկու մասի այնպես, որ ստացված մասերը վերադասավորելով հնարավոր լինի կազմել ուղղանկյուն:**

Լուծում: *Տանենք C ուղիղ անկյունով ABC եռանկյան BC էջին զուգահեռ MN միջին գիծը՝ M –ը ներքնաձիգի միջնակետն է: MN ուղղին տանենք BB₁ ուղղահայացը: Պարզ է, որ* $\Delta AMN = \Delta BMB_1$ *: Հետևաբար, կարող ենք AMN եռանկյունը վերադրենք* BMB_1 *եռանկյան վրա այնպես, որ A գագաթը համընկնի B գագաթի հետ, N գագաթը՝* B_1 *գագաթի հետ, իսկ M-ը մնա իր տեղում: Որպես արդյունք՝ կստանանք* BB_1NC *ուղղանկյունը:*

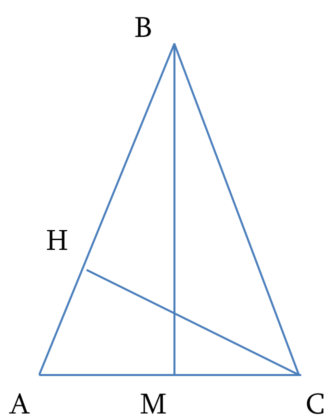


9. Հավասարասրուն եռանկյան սրունքին տարած բարձրությունը 24 սմ է, իսկ հիմքը՝ 25 սմ: Գտե՛ք եռանկյան սրունքը և հիմքին տարած միջնագիծը:

Լուծում: *Դիցուք ABC եռանկյուն ում՝ AB=BC, AC=25 սմ, CH= 24 սմ:* ΔACH *-ից, ըստ Պյութագորասի թեորեմի՝* $AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{625 - 576} = \sqrt{49} = 7$ *սմ:*
Եթե կատարենք $AB = BC = x$ *նշանակումը, ապա* ΔCHB *-ում՝ ըստ Պյութագորասի թեորեմի՝* $BH^2 + CH^2 = BC^2$:

Հետևաբար, կստանանք հավասարումը՝ $(x-7)^2 + 24^2 = x^2$ *, որը լուծումն է՝* $x = \dfrac{625}{14} = 44\dfrac{9}{14}$ *:*

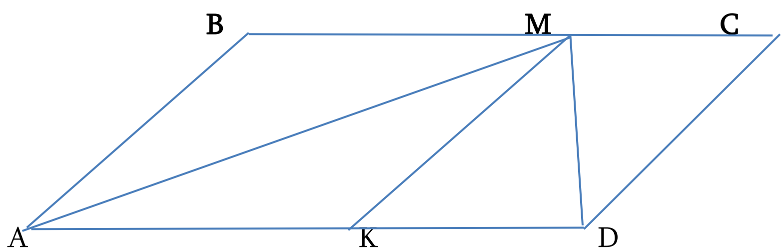
ΔABC *-ում միջնագիծը նաև բարձրություն է: Հետրաբար* ΔACH *-ից, ըստ Պյութագորասի թեորեմի, կստանանք՝* $BM = \sqrt{BC^2 - CM^2} = \sqrt{\left(\dfrac{625}{14}\right)^2 - \left(\dfrac{25}{2}\right)^2} = \dfrac{300}{7} = 42\dfrac{6}{7}$ *սմ:*



Պատասխան. $44\dfrac{9}{14}$ սմ և $42\dfrac{6}{7}$ սմ:

10. ABCD զուգահեռագծի կողմի վրա վերցրված է M կետը: Ապացուցե՛ք, որ MAD եռանկյան մակերեսը հավասար է MAB և MCD եռանկյունների մակերեսների գումարին:

Լուծում: *Նկատենք, որ MAD, MAB և MCD պատկերները կլինեն եռանկյուններ, եթե M կետը վերցնենք կողմի BC վրա: M կետից տանենք AB-ին զուգահեռ MK ուղիղը: ABMK և KMCD քառանկյունները զուգահեռագծեր են:*



Ինչպես գիտեք զուգահեռագծի անկյունագիծը զուգահեռագիծը տրոհում է երկու հավասար եռանկյունների՝ $\Delta ABM = \Delta AMK$ ***և*** $\Delta KMD = \Delta MDC$ *: Քանի, որ հավասար պատկերներ ունեն հավասար մակերեսներ, հետևաբար*

$$S_{AMD} = S_{AMK} + S_{KMD} = S_{ABM} + S_{MCD}$$

Ստացված հավասարությունն էլ ապացուցում է խնդրի պնդումը: