

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ /8-րդ դասարան - Առաջադրանք 1/

(Լուծումներ)

1. Եթե հնգանիշ թվին ձախից կցագրենք 4 թվանշանը, ապա կստանանք 4 անգամ ավելի մեծ թիվ, քան աջից 4 կցագրելիս: Գտե՛ք սկզբնական թիվը:

Լուծում I: Եթե հնգանիշ թիվը նշանակենք x -ով, կստանանք հավասարումը. $\overline{x4} \cdot 4 = \overline{4x}$:

Հետևաբար կունենանք՝ $(10x + 4) \cdot 4 = 400000 + x$: Որտեղից՝ $x = 10256$:

Լուծում II: Ներկայացնենք ռեքուսի տեսքով. $\begin{array}{r} \overline{abcde4} \\ \times \quad 4 \\ \hline 4abcde \end{array}$

պարզ է, որ՝ $e = 6$ ($4 \cdot 4 = 16$). $\begin{array}{r} \overline{abcd64} \\ \times \quad 4 \\ \hline 4abcd6 \end{array}$

հետևաբար՝ $d = 5$ ($4 \cdot 6 + 1 = 25$). $\begin{array}{r} \overline{abc564} \\ \times \quad 4 \\ \hline 4abc56 \end{array}$

նույն ձևով՝ $c = 2$ ($4 \cdot 5 + 2 = 22$). $\begin{array}{r} \overline{ab2564} \\ \times \quad 4 \\ \hline 4ab256 \end{array}$

որտեղից կստանանք՝ $b = 0$ ($4 \cdot 2 + 2 = 10$). $\begin{array}{r} \overline{a02564} \\ \times \quad 4 \\ \hline 4a0256 \end{array}$

և վերջապես՝ կստանանք՝ $a = 1$ ($4 \cdot 0 + 1 = 1$):

Կարելի է ներկայացնել այլ ռեքուսային լուծում, եթե $\overline{4abcde} : 4 = \overline{abcde4}$ հավասարումը ներկայացնենք անկյունային բաժանումով (կատարեք ինքնուրույն):

Պատասխան՝ 10256

2. 22222 թվին աջից կցագրեցին միևնույն թվանշաններից կազմված ամենափոքր թիվն այնպես, որ ստացված թիվը բաժանվի 45-ի: Ո՞ր թիվը կցագրեցին:

Լուծում: Որպեսզի թիվը բաժանվի 45-ի՝ այն պետք է բաժանվի 5-ի և 9-ի: 5-ի բաժանվելու համար թվին պետք է կցագրել 0-ներով կամ 5-երով կազմված թիվ (5-ի բաժանվում են այն և միայն այն թվերը, որոնք վերջանում են 0 կամ 5 թվանշաններով): Սակայն 0-ներով կազմված թիվ կցագրելիս թվի թվանշանների գումարը հավասար կլինի 10-ի, հետևաբար այն չի բաժանվի 9-ի (9-ի բաժանվում են այն և միայն այն թվերը, որոնց թվանշանների գումարը բաժանվում է 9-ի): Մնում է թվի աջից կցագրել այնքան 5-եր, որ նրա թվանշանների գումարը

բաժանվի 9-ի՝ 10-ին գումարել այնքան 5, որ արդյունքը բաժանվի 9-ի: Դա 7 հատ 5-ն է: Հետևաբար պետք է կցագել 5555555 թիվը: Պատասխան՝ 5555555

3. Չորս մետաղադրամից մեկը կեղծ է: Ունենք ևս մեկ մետաղադրամ, որն իսկական է: Երկու կշռումով գտնե՞ք կեղծ մետաղադրամը և պարզե՞ք՝ ծա՞նր է, թե՞ թեթև:

Առաջին լուծում: Առաջին կշռումով ձախ նժարին դնենք {1, 2}, աջին՝ {3,5} մետաղադրամները (5-ը իսկական մետաղադրամն է): Քնարկենք հնարավոր դեպքերը:

Առաջին դեպք: Եթե {1, 2} = {3,5}, ապա նշանակում է 1, 2, 3 մետաղադրամները իսկական են, իսկ կեղծը՝ 4-րդն է: Երկրորդ կշռումով՝ ձախ նժարին դնենք {4}, աջին՝ մյուս մետաղադրամներից որևէ մեկը, և կպարզենք 4 ծա՞նր է, թե թեթև՝ իսկականից:

Երկրորդ դեպք: Եթե {1, 2} < {3,5}, ապա նշանակում է 4-րդ մետաղադրամը իսկական է, իսկ կեղծը՝ 1, 2, 3 մետաղադրամներից մեկն է: Ընդ որում՝ եթե կեղծը՝ 1, 2, մետաղադրամներից մեկն է, ապա այն կլինի թեթև իսկականից, իսկ եթե 3-րդն է՝ ապա այն կլինի ծանր իսկականից: Երկրորդ կշռումով՝ ձախ նժարին դնենք {1}, աջին՝ {2} մետաղադրամները: Եթե կշեռքը լինի հավասարակշռված, ապա կեղծը 3-րդն է, և այն ծանր է իսկականից: Իսկ եթե կշեռքը հավասարակշռված չլինի, ապա կեղծը թեթև նժարին դրված մետաղադրամն է:

Երրորդ դեպք: Եթե {1, 2} > {3,5}, ապա նշանակում է 4-րդ մետաղադրամը իսկական է, իսկ կեղծը՝ 1, 2, 3 մետաղադրամներից մեկն է: Ընդ որում՝ եթե կեղծը՝ 1, 2, մետաղադրամներից մեկն է, ապա այն կլինի ծանր իսկականից, իսկ եթե 3-րդն է՝ ապա այն կլինի թեթև իսկականից: Երկրորդ կշռումով՝ ձախ նժարին դնենք {1}, աջին՝ {2} մետաղադրամները: Եթե կշեռքը լինի հավասարակշռված, ապա կեղծը 3-րդն է, և այն թեթև է իսկականից: Իսկ եթե կշեռքը հավասարակշռված չլինի, ապա կեղծը ծանր նժարին դրված մետաղադրամն է:

Երկրորդ լուծում: Առաջին կշռումով ձախ նժարին դնենք {1, 2}, աջին՝ {3,5} մետաղադրամները (5-ը իսկական մետաղադրամն է), երկրորդ կշռումով՝ ձախին՝ {1,4}, իսկ աջին՝ {2,5}: Քնարկենք հնարավոր դեպքերը: Այն նկարագրենք աղյուսակի միջոցով:

1-ին կշռում	<	<	>	=	>	>	<	=	=
2-րդ կշռում	<	>	=	<	>	<	=	>	=
Կեղծ մետաղադրամ	1-թեթև	2-թեթև	3-թեթև	4-թեթև	1-ծանր	2-ծանր	3-ծանր	4-ծանր	անհնար

Աղյուսակի յուրաքանչյուր սյան առաջին և երկրորդ տողերում գրված են երկու կշռումների արդյունքների բոլոր հնարավոր տարբերակները: Դրանց քանակը հավասար է 8-ի: Աղյուսակի երրորդ տողում գրված են խնդրի պատասխանի բոլոր հնարավոր տարբերակները: Դրանց քանակը նույնպես հավասար է 8-ի:

Վանդակում գրված < նշանը նշանակում է որ ձախ նժարը թեթև է աջ նժարից: Իսկ > նշանը նշանակում է որ ձախ նժարը ծանր է աջ նժարից: = նշանը նշանակում է որ

կշեռքը հավասարակշռված է: Վերը նշված երկու կշռումների էլքերից կախված՝ կգտնենք կեղծ մետաղադրամը:

4. Չորս երեխայից յուրաքանչյուրը 7, 8 կամ 9 տարեկան է: Այն հարցին, թե նրանք միասին քանի տարեկան են, Անին պատասխանեց՝ 30, Գոռը՝ 31, Եվան՝ 32, Սոսը՝ 33: Քանի՞ տարեկան է նրանցից յուրաքանչյուրը, եթե հայտնի է, որ միայն 7 տարեկաններն են սխալ հաշվում:

Լուծում: Քանի որ, բոլորը տարբեր պատասխաններ են տվել, հետևաբար նրանցից միայն մեկը կարող է ճիշտ լինել: Ուրեմն նրանցից երեքը 7 տարեկան են, իսկ մեկը՝ 7, 8 կամ 9 տարեկան: 7, 7, 7 և 8 հնարավոր չէ, քանի որ նրանցից ոչ մեկը չի ասել $7+7+7+8=29$ թիվը: $7+7+7+7=28$ և $7+7+7+9=30$ հավասարություններից հետևում է, որ Գոռը, Եվան և Սոսը՝ 7 տարեկան են, իսկ Անին՝ 7 կամ 9 տարեկան է:

Պատասխան: Գոռը, Եվան և Սոսը՝ 7 տարեկան են, իսկ Անին՝ 7 կամ 9 տարեկան է:

5. Գտնե՛ք x և y բնական թվերը, եթե հայտնի է որ, դրանց քառակուսիների տարբերությունը հավասար է 76-ի:

Լուծում: Ըստ խնդրի պայմանի՝ $x^2 - y^2 = 76$: Այն ներկայացնենք

$$(x - y)(x + y) = 1 \cdot 76 = 2 \cdot 38 = 4 \cdot 19 \text{ տեսքով:}$$

Քանի, որ x և y թվերը բնական են և $x > y$, ապա՝ $x - y$ և $x + y$ թվերը նույնպես կլինեն բնական, և $x - y < x + y$:

Հետևաբար հնարավոր են հետևյալ տարբերակները.

$$a) \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 76 \end{cases}, \text{ որտեղից } x = 38,5, y = 37,5$$

$$բ) \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 38 \end{cases}, \text{ որտեղից } x = 20, y = 18$$

$$գ) \begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 19 \end{cases}, \text{ որտեղից } x = 11,5, y = 7,5$$

Նկատենք, որ միայն բ-ի դեպքում են x և y բնական թվեր:

Կարելի է a) և $գ$) դեպքերը միանգամից բացառել, եթե նկատենք որ՝ $x - y$ և $x + y$ թվերը միաժամանակ կամ զույգ են կամ կենտ, քանի որ՝ $x + y = (x - y) + 2y$ (Եթե կենտ թվին գումարենք զույգ թիվ ապա կստանանք կենտ թիվ, իսկ եթե զույգ թվին գումարենք զույգ թիվ ապա կստանանք զույգ թիվ):

Պատասխան: $x = 20, y = 18$

6. Երբ խնձորը 10%-ով էժանացրին, օրվա վաճառքը մեծացավ 20%-ով: Քանի՞ տոկոսով ավելացավ օրվա վաճառքից ստացված գումարը:

Լուծում: Դիցուք խնձորի գինը 500 դրամ է, իսկ օրական վաճառվում է 20 կգ: Այդ դեպքում օրվա վաճառքից ստացված գումարը կլինի $500 \cdot 20 = 10000$ դրամ: Եթե խնձորը 10%-ով էժանացնեն, ապա նրա գինը կդառնա $500 \cdot (1 - \frac{10}{100}) = 450$ դրամ: Իսկ եթե օրվա վաճառքը մեծանա 20%-ով, ապա օրական կվաճառվի $20 \cdot (1 + \frac{20}{100}) = 24$ կգ խնձոր: Հետևաբար օրական վաճառքից կստացվի $450 \cdot 24 = 10800$ դրամ գումար: Այժմ գտնենք, թե 10800-ը քանի տոկոսով է մեծ 10000-ից. $\frac{10800}{10000} \cdot (1 + \frac{p}{100}) = 10800$:

Որտեղից կստանանք՝ $p = 8\%$:

Պատասխան: 8% :

7. Մեղանին երեք կույտ ընկույզ կար: Երբ առաջին քայլում՝ առաջին կույտում եղած ընկույզների կեսը լցրին երկրորդի վրա, երկրորդ քայլում՝ երկրորդում ստացվածի երրորդ մասը՝ երրորդի վրա, երրորդ քայլում՝ երրորդում ստացվածի քառորդ մասը՝ առաջինի վրա, ապա յուրաքանչյուր կույտում ստացվեց 42 ընկույզ: Սկզբում քանի՞ ընկույզ կար յուրաքանչյուր կույտում:

Լուծում: Խնդիրը դասվում է վերջից լուծվող խնդիրների շարքին:

	I կույտ	II կույտ	III կույտ
III քայլից հետո	42	42	42
II քայլից հետո			
I քայլից հետո			
Սկզբում			

Քանի որ, ամենավերջում յուրաքանչյուր կույտում ստացվել է 42 ընկույզ, իսկ վերջին՝ երրորդ քայլում՝ երրորդում եղածի քառորդ մասը լցրել են առաջինի վրա, հետևաբար երրորդում մնացել է նրանում եղածի $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ մասը: Ուստի երրորդում այդ քայլից առաջ եղել է՝ $42 : \frac{3}{4} = 56$ ընկույզ, որից $56 - 42 = 14$ -ը տեղափոխել են առաջին կույտ: Հետևաբար առաջին կույտում այդ քայլից առաջ եղել է $42 - 14 = 28$ ընկույզ (տե՛ս աղյուսակի երրորդ տողը):

	I կույտ	II կույտ	III կույտ
III քայլից հետո	42	42	42
II քայլից հետո	28	42	56
I քայլից հետո			
Սկզբում			

Երկրորդ քայլում՝ երկրորդում եղածի երրորդ մասը լցրել են երրորդ կույտի վրա, հետևաբար երկրորդում մնացել է նրանում եղածի $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ մասը: Ուստի երկրորդում եղել է՝ $42 : \frac{1}{3} = 126$ ընկույզ, որից $126 - 42 = 84$ -ը տեղափոխել են երրորդ կույտ: Հետևաբար երրորդ կույտում եղել է՝ $42 + 84 = 126$ ընկույզ (տե՛ս աղյուսակի չորրորդ ստորը):

	I կույտ	II կույտ	III կույտ
III քայլից հետո	42	42	42
II քայլից հետո	28	42	56
I քայլից հետո	28	63	35
Սկզբում			

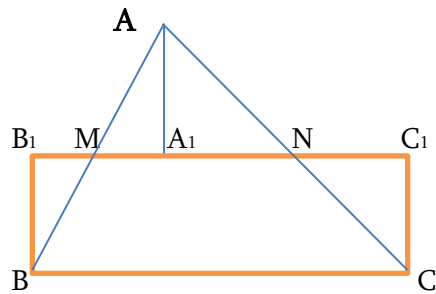
Եվ վեջապես առաջին քայլում՝ առաջին կույտում եղածի կեսը լցրել են երկրորդ կույտի վրա, հետևաբար առաջին կույտում մնացել է եղածի $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ մասը: Ուստի առաջին կույտում եղել է՝ $28 : \frac{1}{2} = 56$ ընկույզ, որից $56 - 28 = 28$ -ը տեղափոխել են երկրորդ կույտ: Հետևաբար երրորդ կույտում եղել է՝ $42 + 28 = 70$ ընկույզ (տե՛ս աղյուսակի վերջին ստորը):

	I կույտ	II կույտ	III կույտ
III քայլից հետո	42	42	42
II քայլից հետո	28	42	56
I քայլից հետո	28	63	35
Սկզբում	56	35	35

Պատասխան: Առաջինում՝ 56, երկրորդում և երրորդում՝ 35-ական:

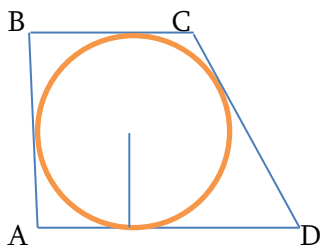
8. Եռանկյունը տրոհել երեք մասի այնպես, որ ստացված մասերը վերադասավորելով հնարավոր լինի կազմել ուղղանկյուն:

Լուծում: Տանենք ABC եռանկյան BC կողմին զուգահեռ MN միջին գիծը, և MN ուղղին տանենք AA_1, BB_1, CC_1 ուղղահայացները: Այնուհետև ապացուցենք, որ $\triangle AMA_1 = \triangle BMB_1$ և $\triangle ANA_1 = \triangle CMC_1$: Հետևաբար կարող ենք $\triangle AMA_1$ եռանկյունը վերադրենք $\triangle BMB_1$ եռանկյան վրա այնպես, որ A գագաթը համընկնի B գագաթին, A_1 գագաթը՝ B_1 գագաթին, իսկ M -ը մնա իր տեղում: Համանման ձևով $\triangle ANA_1$ եռանկյունը վերադրենք $\triangle CMC_1$ եռանկյան վրա այնպես, որ A գագաթը համընկնի C գագաթին, A_1 գագաթը՝ C_1 գագաթին, իսկ N -ը մնա իր տեղում: Որպես արդյունք՝ կստանանք BB_1CC_1 ուղղանկյունը:



9. Ուղղանկյուն սեղանի մեծ սրունքը 17 սմ է, իսկ ներգծած շրջանագծի շառավիղը՝ 4 սմ: Գտե՛ք սեղանի պարագիծը:

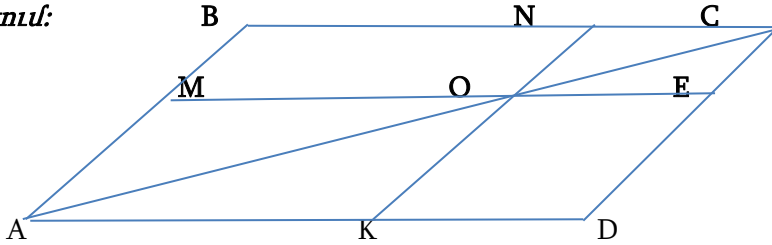
Լուծում: Պարզ է, որ $AB = 2 \cdot r = 2 \cdot 4 = 8$ սմ: Եվ Քանի, որ քառանկյանը ներգծված է շրջանագիծ, ապա նրա հանդիպակաց կողմերի գումարները հավասար են՝ $AD + BC = AB + CD = 8 + 17 = 25$ սմ: Հետևաբար նրա պարագիծը հավասար կլինի՝ $P = AD + BC + AB + CD = 25 + 25 = 50$ սմ:



Պատասխան. 50 սմ

10. ABCD զուգահեռագծի AC անկյունագծի վրա վերցրած O կետից զուգահեռագծի կողմերին տարված զուգահեռ ուղիղները զուգահեռագծի AB, BC, CD և AD կողմերը հատում է համապատասխանաբար M, N, E և K կետերում: Ապացուցե՛ք, որ MBNO և KOED զուգահեռագծերի մակերեսները հավասար են:

Լուծում:



Ինչպես գիտեք զուգահեռագծի անկյունագիծը զուգահեռագիծը տրոհում է երկու հավասար եռանկյունների՝ $\triangle ABC = \triangle ADC$, $\triangle AMO = \triangle AKO$ և $\triangle ONC = \triangle OEC$: Իսկ հավասար պատկերներ ունեն հավասար մակերեսներ, հետևաբար

$$S_{MBNO} = S_{ABC} - S_{AMO} - S_{ONC} \text{ և}$$

$$S_{KOED} = S_{ADC} - S_{AKO} - S_{OEC}$$

հավասարությունների աջ մասերի հավասարությունից հետևում է, որ դրանց ձախ մասերը նույնպես հավասար են՝ $S_{MBNO} = S_{KOED}$: